

Title	Independent variable ノ和二関スル Marcinkiewicz ノ定理ノ一証明
Author(s)	角谷, 静夫
Citation	全国紙上数学談話会. 196 p.147-p.149
Issue Date	1940-03-27
oaire:version	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/74783">https://doi.org/10.18910/74783</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

# 853. Independent variable, 和 = 関 スル Marcinkiewicz, 定理, 一証明

角谷 静夫 (阪大)

Mathematical Reviews vol. 1, no. 1

P. 21 = ヲレバ J. Marcinkiewicz の Bull. Sém.  
Math. Wilno, vol 2 (1939), 22—34 = 於テ次  
ノ定理ヲ証明シテオフル: (\*)

**定理**  $X_1, X_2, \dots, X_n$  ノ互ニ independent  
ナリ且ツ symmetric ナリ (即チ  $P_r(X_i > l) = P_r(-X_i > l)$ ,  
 $i = 1, 2, \dots, n$  ガ任意,  $l \geq 0$  = 對シテ成立スル) vari-  
able トスル。然ルトキハ

$$P_r(S^* \geq l) \leq 2 P_r(S \geq l)$$

ガ任意,  $l \geq 0$  = 對シテ成立スル。但シ

$$S^* = \max(X_1, X_1 + X_2, \dots, X_1 + X_2 + \dots + X_n),$$

$$S = X_1 + X_2 + \dots + X_n$$

(\*) 勿論 Marcinkiewicz ハコノ他ニモ多クノ結果ヲ証明  
シテオフル。

トオク。

marcin kiewicz が如何ナル方法デコノ定理ヲ証明シタカハフカラナイガ、コノ結果ハ Lévy ノ結果 (Lévy ノ書物, *Addition des variable aleatoires*, P. 138) = 比シテ精密デアルノデ注目スベキデアロウ。(勿論 Lévy ノ結果ハ必ずシモ *symmetric* デナイ *variable* = 對シテ成立スルノデアルカラ marcin kiewicz ノ結果ガ Lévy ノ結果ヨリ 良イトハ直トハ断言ハ出来ナイ。

コノ定理ノ簡單ナ証明ガミツカッタカラコレヲ次ニ述ベヨウ。

定理ノ証明

$$\begin{aligned} & P_r(S^* \geq l) \\ &= P_r\left(\max_{1 \leq i \leq n} (X_1 + X_2 + \dots + X_i) \geq l\right) \\ &= P_r(S \geq l) + \sum_{i=1}^{n-1} P_r(X_1 < l, X_1 + X_2 < l, \dots, \\ &\quad X_1 + \dots + X_{i-1} < l, X_1 + X_2 + \dots + X_i \geq l, \\ &\quad X_1 + X_2 + \dots + X_n < l) \\ &= P_r(S \geq l) + \sum_{i=1}^{n-1} P_r(X_1 < l, X_1 + X_2 < l, \dots, \\ &\quad X_1 + \dots + X_{i-1} < l, X_1 + X_2 + \dots + X_i \geq l, \\ &\quad X_1 + X_2 + \dots + X_i - X_{i+1} - \dots - X_n < l) \end{aligned}$$

$$\leq P_r(S \geq l) + \sum_{i=1}^{n-1} P_r(X_1 < l, X_1 + X_2 < l, \dots,$$

$$X_1 + \dots + X_{i-1} < l, X_1 + X_2 + \dots + X_i \geq l,$$

$$X_1 + X_2 + \dots + X_i + X_{i+1} + \dots + X_n \geq l)$$

$$\leq P_r(S \geq l) + P_r(S \geq l) = 2P_r(S \geq l).$$